Devoir de synthèse n°1

Lycée Ali Bourguiba Bembla	3 ème Math	2014-2015	Chortani Atef

Exercice 1 (3 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte. On indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Une réponse correcte vaut 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point.

1) La limite de la fonction $f(x)=\sqrt{x^2-1}-x$ en $+\infty$ est égale :

a) $+\infty$ b) $-\infty$ c) 0

2) La limite de la fonction $f(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{(x+1)(x^2-2)}$ en -1 est égale :

a) $+\infty$ b) 4 c) -4

3) La limite de la fonction $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ en $-\infty$ est égale :

a) 1 b) -1 c) 0

Exercice 2 (8 points)

Soit la fonction f définie sur $\Re$ par : $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2-2x} & si\ \ x\leq 0\\ \dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{x} & si\ x\succ 0\end{cases}$

On désigne par ς sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$

1)a) Calculer la limite de f quand $x\mapsto -\infty$

$b)$Montrer que, pour tout $x\succ 0$, on a : $f(x)=\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}-\dfrac{1}{x}$. En deduire $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

c) Interpréter géométriquement le résultat

2)a) Montrer que, pour tout $x\prec 0$,on a $f(x)+x=\dfrac{2}{\sqrt{1-\dfrac{2}{x}}+1}$

b)$Cacuer$ $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)+x-1)$

c) En déduire que ς admet une asymptote oblique Δ dont on déterminera une équation

d) Soit x un réel, comparer x^2-2x et $(1-x)^2$. En déduire, pour $x\leq 0$, la position de ς par rapport à Δ

3) Montrer que f est continue en 0

Exercice 3 (5 points)

1) Le plan est orienté dans le sens direct ; Déterminer la mesure principale de $(\vec{u},\vec{v}) \equiv \frac{-47\pi}{6}[2\pi]$

2) Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}) \equiv \frac{\pi}{6}[2\pi]$. On construit à l'extérieur de ABC deux triangles équilatéraux CBF et ACG

a)Calculer la mesure principale de l'angle $(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB})$

b) En déduire que les points G, C et F sont alignés

3) Soit P le point du segment $[CF]$ tel que CA = CP. Déterminer la mesure principale de l'angle $(\overrightarrow{AP},\overrightarrow{AC})$

Exercice 4 (4 points)

Soit ABC un triangle tel que $AB = 2$, $AC = 6$, $BC = 2\sqrt{7}$

1)a)Montrer que $B\widehat{A}C = \frac{\pi}{3}$,

b) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

2) Soit K le milieu de $[BC]$

a) Montrer que, pour tout point M du plan on a : $MB^2 + MC^2 = 2MK^2 + 14$

b) En déduire que $AK = \sqrt{13}$

3) Soit l'ensemble $\varsigma = \left\{M \in P \text{ tel que } \overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC} = 6\right\}$

Déterminer l'ensemble ς